Desarrollar el razonamiento del niño para que opere con corrección, expresándose en las distintas formas del pensamiento, con el rigor y la precisión que la comprensión del concepto debe aportar respecto a su edad, es el objetivo de la lógica. Es, por ello, por lo que el desarrollo del razonamiento lógico no se consigue únicamente cuando trabajamos actividades de un contenido lógico específico sino en todo momento en el que una acción o conjunto de acciones ha provocado una idea. No se le puede decir al niño: "Tienes que ser lógico". Se tienen que provocar situaciones que recojan una operatividad lógica. Hacer, entonces, unos cuantos ejercicios con los Bloques Lógicos o unas cuantas observaciones indicativas con el fin de subrayar que el niño ha realizado actividades para desarrollar el razonamiento lógico, nada dice sobre el verdadero desarrollo si descuidamos la lógica de las demás actuaciones, procesos, estrategias, comportamientos y diálogos. Toda acción lógica que opere significativamente en la enseñanza, debe:

1. Basar la educación en la experiencia, el descubrimiento y la construcción de los conceptos, procedimientos y estrategias más que en la instrucción. Basar la educación en estrategias de falsación o contraejemplos, evitando el "bien" o "mal" como autoridad que sustituye a la evidencia. Extender y transferir los conocimientos generando articuladas redes de aplicación.
2. Atender a la manipulación de materiales con actividades que optimicen el entendimiento, que provoquen, desafíen, motiven porque actualizan las necesidades del alumno. Simplicidad, claridad y precisión en el lenguaje utilizado en la presentación de las actividades o enunciación de los conceptos. Respetar al alumno cuando vive el acto de pensar. Potenciar la autoestima, la confianza, la seguridad,…
3. Habituar al alumno a explicar, fundamentar mediante argumentos lógicos sus conclusiones, evitando eso de "porque sí". Familiarizarles con las reglas de la lógica para permitir el desarrollo y la mejora del pensamiento. Esta familiarización no debe ser penosa y ardua para el alumno, sino todo lo contrario: una forma de jugar a crear relaciones, contrastando las respuestas antes de optar por una de ellas.

APRENDER A HACER Y CONOCER: EL PENSAMIENTO LÓGICO

1. Introducción

La lógica, decía Bertrand Russell (1985), es la juventud de la matemática y, la matemática es la madurez de la lógica. Bien entendido, lo admito. No veo matemática donde no vea una dinámica de relaciones lógicas. No vamos a tratar la naturaleza y los modos de la lógica como algo independiente. A estas edades es principalmente a la matemática a la que corresponde una mayor actividad y práctica de la lógica.

Desarrollar el razonamiento del niño para que opere con corrección, expresándose en las distintas formas del pensamiento, con el rigor y la precisión que la comprensión del concepto debe aportar respecto a su edad, es el objetivo de la lógica.

He escrito, en otras ocasiones, y lo mantengo, que el error principal de la enseñanza de la matemática es, a mi juicio, la privación al contenido de una necesidad lógica. Y, aunque todos lo admitimos, sólo algunos lo previenen. La lógica no viene del lenguaje, sino de la interpretación del lenguaje; de la acción a la que ese lenguaje significa. Es, por ello, por lo que el desarrollo del razonamiento lógico no se consigue únicamente cuando trabajamos actividades de un contenido lógico específico sino en todo momento en el que una acción o conjunto de acciones ha provocado una idea. No se le puede decir al niño: "Tienes que ser lógico".

Se tienen que provocar situaciones que recojan una operatividad lógica. Hacer, entonces, unos cuantos ejercicios con los Bloques Lógicos o unas cuantas observaciones indicativas con el fin de subrayar que el niño ha realizado actividades para desarrollar el razonamiento lógico, nada dice sobre el verdadero desarrollo si descuidamos la lógica de las demás actuaciones, procesos, estrategias, comportamientos y diálogos.

Este aspecto de descuido se presenta en la mayoría del material de trabajo para el alumno de estas edades que hay en el mercado. Incluso en sus Guías Didácticas, que aunque disfrazadas con el "aprendizaje significativo", los "objetivos didácticos", los "conceptos", "procedimientos" y "actitudes", se recogen numerosas órdenes que más que desarrollar, perturban o estancan el razonamiento lógico infantil. Citaré algunas:

* Enseñadme la regleta roja y blanca. No hay ninguna regleta que sea roja y blanca.
* Pon una cruz detrás del balón- Cualquier punto, junto al balón, donde pusiese la cruz el niño, sería válido.
* La regleta roja es dos- En ningún momento la regleta roja es dos. Como mucho, podremos decir que le llamamos dos , y siempre que a la blanca le llamemos uno.
* Coge el número dos- ¿Cómo se hace eso?
* El número cuatro es una silla- En qué quedamos, ¿en que es un número o en que es una silla? Si es una silla no puede ser un número. Entonces, ¿a qué se refiere?, porque saltando muchas incorrecciones, la que no se puede saltar es esa de que cuatro es una. Serán cuatro sillas y no una silla; o tengo que entender, que se refiere al dibujo del grafismo cuatro. Pero, entonces no es una silla, como mucho sería la representación de una silla. Pero, eso no puede ser porque no representa a una silla, sino a un número. Entonces,...?!
* ¿Cuántas regletas blancas caben en la regleta amarilla? Ninguna. En la regleta amarilla no cabe ninguna blanca. Pueden ustedes comprobarlo. Ni en la amarilla, ni en ninguna otra.
* ¿Cuánto vale la regleta rosa? Yo no lo sé. ¿Y ustedes?
* Pinta cada número del color que corresponda- No conozco color que corresponda a un número.

2. Lógica y matemática

"Hay que tener en cuenta que el origen del conocimiento lógico-matemático está en la actuación del niño con los objetos y, más concretamente, en las relaciones que a partir de esta actividad establece con ellos. A través de sus manipulaciones descubre las características de los objetos, pero aprende también las relaciones entre objetos. Estas relaciones, que permiten organizar, agrupar, comparar, etc., no están en los objetos como tales, sino que son una construcción del niño sobre la base de las relaciones que encuentra y detecta. Por esto, la aproximación a los contenidos de la forma de representación matemática debe basarse en esta etapa en un enfoque que conceda prioridad a la actividad práctica; al descubrimiento de las propiedades y las relaciones que establece entre los objetos a través de su experimentación activa. Los contenidos matemáticos serán tanto más significativos para el niño cuanto más posible le sea incardinarlos en los otros ámbitos de experiencia de la etapa" (Ministerio de Educación y Ciencia - España-, LOGSE, Áreas curriculares, pp. 99-100)

2.1. Características del pensamiento lógico-matemático

La multitud de experiencias que el niño realiza -consciente de su percepción sensorial- consigo mismo, en relación con los demás y con los objetos del mundo circundante, transfieren a su mente unos hechos sobre los que elabora una serie de ideas que le sirven para relacionarse con el exterior. La interpretación del conocimiento matemático se va consiguiendo a través de experiencias en las que el acto intelectual se construye mediante una dinámica de relaciones, sobre la cantidad y la posición de los objetos en el espacio y en el tiempo. El pensamiento lógico-matemático hay que entenderlo desde tres categorías básicas:

* Capacidad para generar ideas cuya expresión e interpretación sobre lo que se concluya sea: verdad para todos o mentira para todos.

* Utilización de la representación o conjunto de representaciones con las que el lenguaje matemático hace referencia a esas ideas.

* Comprender el entorno que nos rodea, con mayor profundidad, mediante la aplicación de los conceptos aprendidos.

Aclaraciones sobre la exposición de algunas relaciones de los contenidos

A. SOBRE LOS COLORES

Antes de nombrar los colores tiene el niño que reconocerlos. No tendrá sentido poner nombre a lo que no se conoce. Estamos, por tanto, hablando de situaciones de distinción, anteriores a situaciones de identificación.

2. SOBRE LARGO - CORTO

En matemática, largo o corto no tiene sentido. Más largo que... o más corto que... sí representan una significación en el reconocimiento de situaciones que impliquen la relación.

C. SOBRE GRANDE-PEQUEÑO

Grande y pequeño no tienen sentido matemático ya que no se definen en la expresión de la relación entre dos o más objetos, viniendo ésta dada por: "Más grande que..." y " Más pequeño que..."

4. SOBRE ALTO Y BAJO

Nada es alto ni bajo. Habría que hablar, por tanto, de : más alto que... y más bajo que... Se podría hablar, también, de más alto cuando se ha definido el conjunto referencial. Así, se podría decir más alto cuando no es más bajo, ni igual, que ninguno de los elementos que están en la comparación.

5. SOBRE CERCA Y LEJOS

"Cerca", "lejos" no tienen significación alguna. "Cerca de...","Lejos de...","Más cerca de...que" son expresiones con rigor necesario para una correcta identificación de estas relaciones.

6. SOBRE LA FORMA DE LOS OBJETOS

Antes de reconocer la forma de los objetos, debe saber el niño que es eso de FORMA. De manera intuitiva se puede apreciar como el dibujo del borde o silueta del objeto. Una vez que el niño sabe a qué llamamos forma, se puede iniciar el aprendizaje de los nombres de las figuras planas, no antes. G) SOBRE DENTRO Y FUERA La relación "estar dentro de" viene definida por la existencia de, al menos, dos objetos de los que uno de ellos tiene un espacio interior superior al espacio que ocupa el otro. Es necesario incluir la preposición "de": A esta dentro "de" B.

8. SOBRE LA REALCIÓN DE POSICIÓN: ENCIMA - DEBAJO

También es necesario incluir la preposición "de". No tiene sentido decir: A está encima, por lo que se necesitan, al menos dos objetos: A está encima de B. Se suele confundir encima con sobre y debajo con bajo. Se dice que una cosa está encima de otra cuando la primera ocupa una posición superior verticalmente y toca a la segunda. Se dice que una cosa está sobre otra cuando la primera ocupa una posición superior verticalmente sin tocar a la segunda.

I) SOBRE LA RELACIÓN DE POSICIÓN: DELANTE - DETRÁS

Son relaciones que determinan la posición en el espacio de un objeto con respecto a otro. No tiene sentido decir "delante" o " detrás ". La relación vendría expresada de la forma:"Estar delante de" o " estar detrás de".

J. SOBRE: IZQUIERDA - DERECHA

La autenticidad topológica del movimiento direccional es la determinación del sentido; distinguiendo, hacia un lado, o hacia el otro. Una de las mayores dificultades en la orientación espacial de niños y adultos es el dominio de la lateralidad. Las fases necesarias son:

* Percepción de movimientos (Hacia un lado y hacia otro lado)
* Distinción de movimientos (Cuándo se dirige a un lado, cuando al otro)
* Intelectualización de movimientos (Grabarlos en la mente y realizarlos con los ojos cerrados)

* Identificación de esos movimientos (A mi izquierda de…; A mi derecha de…)
* Aplicación de esos movimientos

K. SOBRE LA RELACIÓN: ESTAR ENTRE

Decía Bertrand Russell que no tendría sentido hablar de celos si en el mundo existiese una pareja; sólo dos personas. Sería necesario la existencia de al menos otra, para que los celos pudiesen nacer. Semejante observación podríamos hacer con la relación "estar entre"; son necesarios, al menos, tres objetos para que la relación se pueda establecer. A está entre B y C => (B A C) o (C A B)

3. Etapas del acto didáctico. La lógica de la enseñanza

Existen cuatro etapas fundamentales en el acto didáctico: Elaboración, Enunciación, Concretización y Transferencia o Abstracción. Este orden de presentación de las etapas es irreemplazable.

Etapa de Elaboración.

En esta etapa se debe conseguir la intelectualización de la/s estrategia/s, concepto/s, procedimiento/s que hayan sido propuestos como tema de estudio. El educador, respetando el trabajo del educando y el vocabulario por él empleado, creará, a partir de las ideas observadas, desafíos precisos que sirvan para canalizarlas dentro de la investigación que esté realizando en su camino de búsqueda. Tal planteamiento, supone evitar la información verbal, así como las palabras correctivas: "bien" o "mal"; utilizando, en todo momento, ejemplos y contraejemplos que aporten continuidad a la pluralidad de respuestas que escuchemos.

Estas respuestas, ya correctas o incorrectas, se forman a través de un diálogo entre todos y de un diálogo interior, y deben ser recogidas, como hipótesis, desde la motivación de comprobarlas por sus propios medios para establecer conclusiones válidas. La curiosidad por las cosas surge por la actualización de las necesidades de nuestros alumnos; necesidades, no solamente físicas o intelectuales sino también operativas en el pensamiento para buscar soluciones a las dudas que se reflejan en focos concretos de las situaciones propuestas.

Esta etapa subraya el carácter cualitativo del aprendizaje. El respeto al niño es obligación permanente para que su originalidad y creatividad tome forma en las estrategias de construcción del concepto o relación. Y es en esta etapa, más que en ninguna otra, donde el educador pondrá a prueba el dominio que tiene sobre el tema. Un domino sin el cual se perderá fácilmente.

Etapa de Enunciación.

El lenguaje, que desempeña un papel fundamental en la formación del conocimiento lógico-matemático, se convierte muchas veces en obstáculo para el aprendizaje. Los niños no comprenden nuestro lenguaje. Si partimos de nuestras expresiones les obligaremos a repetir sonidos no ligados a su experiencia. Estas expresiones darán lugar a confusión y se verá aumentada la complejidad para la comprensión de los conceptos y la adquisición de otros nuevos. Por esto, llegados al punto en que el niño ha comprendido a partir de la generación mental de una serie de ideas expresadas libremente con su particular vocabulario, se hace necesario enunciar o simbolizar lo que ha comprendido, respecto a la nomenclatura o simbología correctas: los convencionalismos.

Este es el objetivo de esta etapa: poner nombre o enunciar con una correcta nomenclatura y simbología. Por ello, la etapa anterior es de exagerada importancia y debe tener su particular evaluación para no considerar intelectualizado todo lo que en ella se ha visto, sino todo lo que en ella, ciertamente, se ha intelectualizado. En esta etapa, se puede orientar al sujeto de esta forma: "Eso que tú dices ... se dice...", "Eso que tú escribes como... se escribe...", "Lo que tú llamas... se llama...", "Lo que tú expresas de la forma... se expresa...", "Lo que tú indicas con... se indica..." (...)

Etapa de Concretización.

Es la etapa en la que el educando aplica, a situaciones conocidas y ejemplos claros ligados a su experiencia, la estrategia, el concepto o la relación comprendida con su nomenclatura y simbología correctas. Se proponen actividades similares a las realizadas para que el alumno aplique el conocimiento adquirido, y evaluar en qué medida ha disminuido el desafío presentado en la situación propuesta en la etapa de Elaboración.

Etapa de Transferencia o Abstracción.

Etapa en la que el niño aplica los conocimientos adquiridos a cualquier situación u objeto independiente de su experiencia. Es capaz de generalizar la identificación de una operación o concepto y aplicarlo correctamente a una situación novedosa, tanto en la adquisición de nuevos contenidos, como en la interrelación con el mundo que le rodea. En muchas ocasiones, no se puede estudiar después de la etapa de Concretización; se confundiría con ella y su independencia como etapa no sería significativa.

Existen niños que reproducen, sin dificultad alguna, formas de figuras inmediatamente después de haberlas trabajado, y, sin embargo, muchos de ellos no reconocen esas formas en los objetos del entorno en el que desenvuelven su actividad cotidiana, unos días más tarde. Se puede decir, que estos alumnos no han asimilado la relación o conjunto de relaciones trabajadas con anterioridad sobre el concepto. Si esto ocurre, el educador revisará la preparación de las etapas anteriores y su actuación en ellas, desde una investigación-acción.

La etapa más difícil para el educador es la etapa de Elaboración y, sin embargo, debe ser la que le resulte más fácil al educando. Las etapas presentadas no se pueden ver como cuatro pasos distintos sino como un todo ligado en el PROCESO DIDÁCTICO.

Las características de la actuación del educador y su incidencia en la actuación del niño de estas edades se pueden resumir de la siguiente manera:

3.1. Utilización de materiales, recursos y experiencias. La lógica como generalización de las ideas a través de la acción

El planteamiento didáctico se dirige a utilizar el contenido, como medio, para obtener conocimiento. Contenido es lo que se enseña y, conocimiento, lo que se aprende. Por eso, aprender no consiste en repetir las informaciones escuchadas o leídas, sino en comprender las relaciones básicas mediante la contrastación de las ideas: Adquirir hábitos de pensamiento, desarrollar la capacidad creativa, descubrir relaciones, transferir ideas a otras nuevas situaciones, observar hechos, intuir conceptos, imaginar situaciones, o, buscar nuevas formas de hacer donde, aparentemente, siempre había una y sólo una. La utilización de materiales y recursos es consecuente, en su hacer didáctico, con la interpretación que se tenga de la matemática.

Que los materiales "didácticos" se apliquen para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático, no significa que cubran los altos desafíos educativos para la intelectualización y aplicación de los conceptos y relaciones. Es la didáctica utilizada la que nos conducirá, o no, al cumplimiento de tales objetivos.

El empleo del material es, sin duda, más que necesario. Pero si ha de ser fructífero y no perturbador debe llevar implícito un fuerte conocimiento de los fenómenos intelectuales que se pueden conseguir y de cómo se consiguen. El material no debe ser utilizado, sino manipulado. Lo que se debe utilizar es el conjunto de ideas que, de su manipulación, se generan en la mente y canalizarlas, en tanto que han sido descubiertas por el niño, en el procedimiento matemático.

Una cosa es "enseñar" una situación matemática y que el niño aprenda, y otra, muy distinta, es permitir que el niño manipule, observe, descubra y llegue a elaborar su propio pensamiento. No debemos imponer ningún modo particular para la realización de las distintas actividades. Saber sugerir para que el educando intuya, es lo propio.

Como el trabajo activo va dirigido al niño es él quien debe realizar la experiencia y él, quien llegue al descubrimiento por sus propios medios: concediéndole la posibilidad de jugar con las respuestas antes de escoger una de ellas; y, eliminando los condicionantes que sujetan la opción de argumentar sus libres decisiones, en la elaboración de estrategias para la resolución de los conflictos cognitivos que se le puedan plantear en relación con el material. Así, la matemática se presenta como algo de lo que se disfruta al mismo tiempo que se hace uso de ella. El material más adecuado es aquel que, partiendo siempre del juego, posibilita al niño pasar de la manipulación concreta a la generalización de la idea que ha sido capaz de generar a través de su manipulación.

Existen muchos materiales estructurados que permiten la realización de las experiencias descritas anteriormente. Aparte de esto, hay que tener en cuenta una serie de condiciones que debe cumplir todo material didáctico; éstas son, entre otras:

- Ser seguro, es decir, no presentar ningún tipo de peligro, como toxicidad o aristas cortantes.
- Ser resistente y duradero.
- Ser de fácil manejo.
- Poder utilizarse con finalidad pedagógica.
- Ser atractivo.
- Ser polivalente.
- No ser muy estructurado, esto es, que permita actuar al niño
- Ser experimentable.

Materiales manipulativos

Los materiales más habituales en su uso, y que han probado suficientemente su valía son: El material Montessori, Los bloques Lógicos, Las regletas de Cuisenaire y los lottos.

1. El material sensorial Montessori. Consta de un conjunto de 10 barras; cada barra está pintada de colores azul o rojo que se van alternando: La más corta es de diez centímetros y de color rojo, la siguiente en longitud es de veinte centímetros, separada en dos segmentos, uno azul y otro rojo. Y así, sucesivamente hasta la mayor de las barras, de un metro de longitud. Se pueden trabajar relaciones de equivalencia (apareamientos) y de orden (ordenaciones). Las ideas que se pueden generar a través de la manipulación del material ayudan a comprender los siguientes conceptos:

* Propiedades y relaciones de objetos y colecciones
* El número. Unidad: Aspectos cardinales y ordinales del número. La serie numérica.
* La medida. Situaciones en las que se hace necesario medir. Comparación de magnitudes. Unidades de medida. Estimación de medida. Precisión de medida.

2. Los bloques lógicos de Dienes. Es una colección de figuras formada por 48 piezas que combinan cuatro atributos: Forma, color, tamaño y grosor. En cuanto a la forma se presentan: Triángulos, círculos, cuadrados y rectángulos. Respecto al color: Amarillo, rojo y azul. Respecto al tamaño: Grande y pequeño. En cuanto al grosor: grueso y delgado.

Las ideas que se pueden generar a través de la manipulación del material ayudan a comprender los siguientes conceptos:

+ Propiedades y relaciones de objetos y colecciones: Color, forma, tamaño, grosor; semejanza y diferencia, pertenencia y no pertenencia.
+ Cuantificadores básicos: Todos, algunos, ninguno, lo mismo/diferente, uno/varios
+ Formas, orientación y representación en el espacio. Formas planas: círculo, cuadrado, rectángulo, triángulo. Las formas y los cuerpos en el espacio. Arriba, abajo; dentro, fuera; delante, detrás; cerca, lejos; …

3. Los Números en Color o Regletas de Cuisenaire. Son prismas, representados por listones de madera o plástico, que van desde 1 cm hasta 10 cm de altura, teniendo todos por base un centímetro cuadrado de superficie. Están coloreados según su tamaño: La regleta de 1 cm de altura es de color blanco, la de dos centímetros de altura es de color rojo, verde claro, rosa, amarillo, verde oscuro, negro, marrón, azul y naranja, respectivamente.

Las ideas que se pueden generar a través de la manipulación del material ayudan a comprender los siguientes conceptos:

+ Propiedades y relaciones de objetos y colecciones: Color, forma, tamaño; semejanza y diferencia, pertenencia y no pertenencia.
+ Cuantificadores básicos: Todos, algunos, ninguno, lo mismo/diferente, uno/varios
+ Formas, orientación y representación en el espacio. Las formas y los cuerpos en el espacio: Arriba, abajo; dentro, fuera; delante, detrás; cerca, lejos; …
+ El número. Unidad: Aspectos cardinales y ordinales del número. La serie numérica. Composiciones y descomposiciones.
+ La medida. Situaciones en las que se hace necesario medir. Comparación de magnitudes. Unidades de medida. Estimación de medida. Precisión de medida.

4. Lottos. Lottos o loterías. El objetivo de estos juegos es, fundamentalmente, que el niño desarrolle en capacidad de atención y observación, y a partir de aquí sea capaz de establecer relaciones que suponen un proceso de asociación, identificación y deducción. Existen distintos tipos de lottos. Pueden clasificarse atendiendo

a: - La forma en que se presentan.

- El proceso mental que desarrollan.
- El tema que tratan.

Atendiendo a la forma:
- De superposición.
- De no-superposición.

Entendemos por LOTTOS de superposición los compuestos por tableros, de madera o cartón, divididos en casillas, en cada una de las cuales aparece una figura, y por fichas, también con figuras, que por alguna razón pueden asociarse, relacionarse o identificarse con las del tablero, colocándolas encima de las que corresponda. También se consideran LOTTOS los juegos que utilizan otro sistema (sin superposición) de relacionar, asociar o identificar las figuras o a los cartones en cuya cabecera figura una escena con un determinado número de elementos de distinta naturaleza. Atendiendo al proceso mental que desarrollan, podríamos clasificar los juegos de LOTTO de la siguiente manera:

+ De IDENTICOS: Su finalidad es que el niño descubra dos figuras iguales atendiendo a la forma, tamaño, color, etc., y las relacione. Estos juegos desarrollan la capacidad de observación y la capacidad discriminativa.
+ De INTEGRACIÓN PARTE-TODO: Pretenden que el niño complete una imagen con la tarjeta en la que aparece la parte que le falta a aquélla. Este tipo de juego, al igual que los puzzles, favorece los procesos de análisis y síntesis.

Los de deducción son aquellos en los que en cada casilla se presenta un conjunto de elementos, faltando, en cada caso, uno de ellos para que el conjunto esté completo. En cada tablilla suelta aparece el elemento que falta para completar el conjunto. Su finalidad es desarrollar la capacidad de abstraer, generalizar, comparar y, a veces, la de memorizar. Atendiendo al tema: Según el tema que traten, los juegos de lotto pueden ser:

+ De color.
+ De figuras geométricas.
+ De figuras no geométricas: flores, animales, objetos de la casa, herramientas, estaciones del año, posiciones espaciales, de tamaños, de números y elementos, etc.

5. La lógica del aprendizaje Estrategias heurísticas Se denominan heurísticas las estrategias

que permiten al niño llegar al conocimiento matemático mediante sus propios medios y recursos. Para ello el educador debe respetar al menos tres fases importantes:

1) La fase de la búsqueda En ella no se impone restricción alguna al pensamiento: todos los medios son buenos con tal que nos acerquen al objetivo. Esta es la fase del pensamiento matemático espontáneo, original, verdaderamente inventivo e incluso creador.

2) La fase del arreglo, que tiende a presentar la solución, una vez que se la haya encontrado, bajo la forma de un razonamiento correcto. Esta fase puede también exigir cierta invención, pero no una verdadera creación.

3) La fase de la comprobación, que consiste en repensar el razonamiento para comprobar si es correcto y si verdaderamente conduce a una solución del problema planteado

El desafío como desarrollo del razonamiento lógico Se entiende por "problema o desafío" la consciencia que un sujeto experimenta cuando sabe QUÉ hacer, pero no sabe CÓMO hacerlo. En todo problema existen conceptos, y juicios que afirman o niegan algo. A partir de esos juicios se pueden obtener conclusiones que están implícitas en el problema. A esas conclusiones se les llama inferencias y se obtienen mediante razonamiento deductivo o inductivo. Una proposición se dice que es lógica cuando lo que enuncia es o verdad para todos o falso para todos. Así, por ejemplo, serían proposiciones lógicas:

El perro es un animal mamífero. París es la capital de Alemania. El número 9 no es un número primo. El número 11 no es un número impar.

Ejercicio 1) Enunciar proposiciones lógicas a partir de: un objeto real, un gráfico, un conjunto de objetos, un concepto,…

En todo problema existen, entonces, relaciones lógicas, que se presentan normalmente mediante silogismos; en ocasiones, difíciles de ver. Un silogismo consta de premisas y una conclusión que se obtiene a partir de esas premisas; a la primera de ellas se le llama antecedente y, a la segunda, consecuente. (premisa) Todas estas niñas cantan la canción A (Antecedente) (premisa) Julia es una de estas niñas. (Consecuente) (Conclusión) Julia canta la canción A En las premisas podemos encontrar cuantificadores y constantes lógicas. Son constantes lógicas: La conjunción (y), la disyunción (o), la negación, la implicación (Si, entonces…), la equipolencia (Si y sólo si…).

Son cuantificadores: Todos, algunos, ninguno, uno, este, …

Ejercicio 2) A partir de un concepto: cuadrado, triángulo, madre,… expresar juicios utilizando cuantificadores y constantes lógicas.

Obtener inferencias mediante razonamiento deductivo e inductivo.

Las conclusiones siempre enuncian algo, afirmando o negando: "Todos los cuadrados tienen cuatro lados iguales" Se puede expresar la negación del enunciado de una conclusión: "No todos los cuadrados tienen cuatro lados iguales" Si lo que enuncia una conclusión es verdadero, la negación de lo que enuncia será falso.

Si lo que enuncia una conclusión es falso, la negación de lo que enuncia será verdadero. Se puede expresar la recíproca del enunciado de una conclusión: "Todo lo que tiene cuatro lados iguales es cuadrado" Se puede expresar la contrarrecíproca del enunciado de una conclusión: "No todo lo que tiene cuatro lados es un cuadrado"

Ejercicio 3) A partir de las conclusiones obtenidas en el ejercicio 1) distinguir las afirmativas de las negativas. Estudiar la verdad o falsedad de en cada una de ellas cuando se niega, cuando se expresa su recíproca, cuando se expresa su contrarrecíproca.

Obtener conclusiones válidas en lógica

Inferencias condicionales: MODUS PONENS Si p, entonces q p luego: q NEGACIÓN ANTECEDENTE Si p, entonces q // no p // luego: no q AFIRMACIÓN CONSECUENTE Si p, entonces q // q // luego: p MODUS TOLLENS Si p, entonces q // no q // luego: no p

Ejercicio 4) A partir de conceptos: cuadrado, recta, semirrecta, ángulo, alumno, … completar el cuadro:

CONCEPTO

VERDAD

FALSO
AFIRMACIÓN

NEGACIÓN

CONJUNCIÓN

DISYUNCIÓN

IMPLICACIÓN

EQUIPOLENCIA

Expresar los juicios de cada casilla: negando lo que enuncian, con un enunciado recíproco, con un enunciado contrarrecíproco. Estudiar la verdad o falsedad de cada uno de ellos. Obtener silogismos. Estudiar la validez de la extensión del estudio anterior a la didáctica: secuenciación de contenidos, creación de actividades, procedimientos heurísticos, recursos para la creación de material, …

Relaciones que encontramos en los problemas Relaciones conceptuales (comprensión verbal) Relaciones lógicas (razonamiento) Relaciones matemáticas (comprensión de conceptos matemáticos, conocimiento de técnicas, destrezas y modelos)

Ejercicio 5) Expresar silogismos respecto a todas y cada una de las formas anteriores. Relacionarlas con la invención de problemas matemáticos: inventar problemas en las que estén implícitas.

Ejercicio 6) Sobre un concepto cualquiera que pueda ser aprendido por el alumno:

1. Expresar juicios lógicos sobre el concepto como investigación de la búsqueda de una definición correcta. Sabiendo qué es y no sólo cómo se llama.
2. Generar un mapa conceptual lógico de los conceptos previos que pueden influir en su aprendizaje y una posible extensión lógica a nuevos conocimientos.
3. Preparar una didáctica para el descubrimiento del concepto, que se guíe mediante y exclusivamente formulación de preguntas por parte del profesor, ejemplos y contraejemplos, sin indicar corrección alguna mientras se está elaborando la comprensión del concepto. Elegir materiales útiles para poder realizar con éxito la tarea expuesta en este punto c).
4. Contrastar las ideas que teníamos con las que nuestros alumnos nos han ofrecido en el aula sobre nuestra didáctica. Buscar causas y concluir lógicamente sobre lo que ha sucedido con capacidad para aceptar nuevos cambios, si es necesario.
5. Crear actividades concretas a partir de las cuales el alumno pueda reforzar los conceptos adquiridos.

5. Errores en el razonamiento: Desde el hacer y desde el conocer Expertos en el estudio del tema (Evans:1989; Newell y Simon: 1972) aseguran que la causa principal es un inadecuado procesamiento selectivo de la información del problema. Así se da el "Efecto atmósfera" : los sujetos se dejan llevar por efectos superficiales y no lógicos. Para Sperber y Wilson (1986), los datos básicos son ignorados porque los sujetos fracasan en percibir su relevancia. Existe una inadecuada selección de la información por… … falta de memoria a corto plazo. … la influencia emocional. … la "tendencia a la confirmación", consiste en la tendencia que existe en buscar siempre una información consistente en nuestras creencias actuales, teorías, hipótesis, … evitando buscar evidencias que lo falsen. Las estrategias no deben ir dirigidas a confirmar sino a REFUTAR. Sólo así, podremos descubrir reglas generales.

Errores más comunes Estas falacias de razonamiento se pueden leer en numerosas obras sobre Lógica general de un modo más o menos disperso; nos ha parecido más ordenado el esquema de presentación que encontramos en Kneller (1969: 6-11):

1. Tautología. Cuando la oración subordinada dice lo mismo que la oración principal puede, o no , ser falacia. Sólo es falacia, cuando la oración subordinada se pretende presentar como algo nuevo. "dos más dos es igual a cuatro" (no hay falacia) "Cuando los alumnos se van a casa el colegio se queda vacío" (falacia). Pero el error, en didáctica de la matemática consiste en considerar tautología lo que no lo es: "Dividir es repartir en partes iguales" "Una multiplicación es una suma de sumandos iguales",…"un rectángulo es una puerta"

2. Petición de principio. El razonamiento vuelve a sus propias premisas terminando donde comenzó. También se llama razonamiento circular. "Todos los españoles tienen libertad democrática de voto por ello es importante generar un sistema de votación, porque el voto hace democracia". El profesor suele cometer este error habitualmente en la exposición razonada de conceptos que desconoce sus causas. En el alumno se da mucho al comprobar el resultado de un problema o al intentar explicar un razonamiento del que desconoce las ideas que lo han generado.

3. Argumentum ad hominem. Cuando el argumento se hace contra la persona que lo propone y no en contra de la proposición en sí, que es como debe ser. "No me convence la defensa de la metodología activa de Antonio porque él es el maestro más dogmático que he visto". " Esto es cierto porque en el libro viene así"

4. Variedad circunstancial del argumentun ad hominem. Se intenta refutar una idea atacando las causas por las cuales se defiende. "La letra con sangre entra es del siglo I", aun cuando el razonamiento fuera correcto no refutaría a quienes defienden tal juicio. También entra en esta categoría las afirmaciones que contradicen su propósito. "Para comprender el problema se hace necesario inventar uno más fácil". "Continúa esta serie:…"

5. Falsa analogía. Cuando se supone que siendo dos o más cosas similares en un aspecto también lo han de ser en otros. "Los niños son como cachorros, y como cachorros hay que amaestrarlos". "El rombo tiene cuatro lados iguales, luego el rombo tiene también cuatro ángulos rectos". Que en muchas ocasiones en las que aparece la palabra "quedan" en la pregunta de un problema se resta, no quiere decir que siempre se haga de esa forma cuando aparezca esa palabra. Este error se encuentra fácilmente en las definiciones de los libros de texto de matemáticas en primaria. Se da en el pensamiento de los niños cuando intentar construir la comprensión de un concepto . Se suele aprovechar para argumentar o refutar: se busca algo común y luego se concluye haciendo creer que la conclusión también es común. "Las relaciones prematrimoniales son como el alcohol, no es necesario experimentarlas para comprender el matrimonio como no es necesario hacerse alcohólico para comprender que degenera nuestro deterioro físico y moral". Pero de aquí no podemos deducir la no validez de las analogías; una analogía es válida cuando se concluye con un razonamiento correcto. En el estudio de la matemática se emplea con éxito la analogía, entre otras cosas para la solución de problemas. En Polya (1966) encontramos numerosos e interesantes ejemplos del empleo de la analogía en matemáticas, así como las conducciones a error a las que nos puede dirigir su mal empleo.

6. Non causa pro causa. Cuando confundimos causa y coincidencia. Se da un hecho a debido a una causa b, se vuelve a dar el hecho a y le atribuimos la causa b. Esto sucede mucho dentro del magisterio en la relación profesor-alumno. "Juan no prestó atención y no aprendió la lección de… Juan no ha aprendido la lección de …, como el otro día, no ha prestado atención". En los alumnos se da en el descubrimiento de los conceptos

debido a que suelen generalizar la reiteración de movimientos. Es la diferencia que la historia ha dado a signo y a causa: signo es por lo que parece que sucede y causa es por lo que realmente sucede. Este error es muy común al hacer didáctica y al investigar las causas de los errores cometidos por los alumnos. (La falta de ceros en el cociente)

7. Argumentum ad ignorantiam. El que argumenta se apoya en algo desconocido para él. "Nadie ha probado todavía que haya un límite a lo que un alumno pueda aprender; por lo tanto no hay límite alguno". " Nadie ha probado que todo número par mayor o igual que cuatro no sea suma de dos números primos; por lo tanto todo par mayor o igual que cuatro es suma de dos números primos" Que no se haya demostrado la negación de lo que se afirma no quiere decir que sea verdadero lo que se afirma.

8. Argumentum ad verecundiam. Razonamiento que se apoya en la autoridad. "Este niño no tiene buen razonamiento lógico porque los test han dado puntuación muy baja" "Esta niña no entiende el concepto de número porque cuando el profesor le pregunta cuántas blancas equivalen a una regleta rosa , unas veces dice tres , otras cuatro, otras una,…" Sin embargo este argumento es válido cuando la autoridad significa, ipso facto, proporcionar la evidencia aceptable. Pero no se acepta cuando la autoridad se utiliza como sustituto de la evidencia . Apelar a una autoridad bien fundada no es lo mismo que obedecer a la autoridad que se impone. ¿Qué sucede en el aula? El profesor pregunta y el alumno contesta, el bien o el mal viene dado por la autoridad del profesor en tanto repite o no lo que él le ha enseñado. Si la única prueba de evidencia la tiene la autoridad del profesor nuestros alumnos cometerán este error de razonamiento en situaciones de su vida porque es lo que han aprendido. El único por qué que muchos alumnos dan a sus razonamientos es la apelación a la autoridad que sustituye la evidencia: "lo ha dicho mi padre" "mi profesor dice que…" Por eso se hace necesario una metodología que favorezca la confianza del alumno en sus propias estrategias, al descubrir y construir el conocimiento. El profesor formulará interrogantes y la prueba del acierto o del error será el conjunto de ejemplos y contraejemplos perfectamente dirigidos. "…No deja de ser un milagro que los modernos métodos de enseñanza no hayan sofocado aún del todo el bendito afán por investigar; puesto que esta pequeña y delicada planta, a más de estímulo, necesita fundamentalmente libertad; sin ella, su perdición es inevitable."(Albert Einstein, citado por Rogers, 1982: 9)

9. Apelación a los sentimientos. Cuando se evade el problema verdadero y se afirma el sentimiento popular o mayoritario sobre el asunto en discusión. " Me preguntáis por las consecuencias de una metodología del descubrimiento y es como si me preguntaseis por lo que todos los padres quieren para sus hijos, ese bienestar social al que podemos dirigirles, siendo autónomos y capaces de solventar…" " apoyo a X porque lo aprueba Y e Y es un buen profesor". Esto se da mucho en los niños, en los políticos como psicología del convencimiento y en los adultos sin pretensiones de autoafirmación.

10. Conversión incorrecta. Afirmar una proposición y concluir con su recíproca, cuando ambas no se corresponden "Todos los niños son inocentes, Juan es un inocente, algo de niño debe tener" " Todos los cuadrados tienen cuatro lados iguales, esa figura tiene cuatro lados iguales, luego esa figura es un cuadrado"

Cómo evitar los errores

+ Mejorar la habilidad de razonar. Basar la educación en la experiencia, el descubrimiento y la construcción de los conceptos, procedimientos y estrategias más que en la instrucción. Basar la educación en estrategias de falsación o contraejemplos, evitando el "bien" o "mal" como autoridad que sustituye a la evidencia. Extender y transferir los conocimientos generando articuladas redes de aplicación.

+ Mejorar el ambiente de la tarea. Manipulación de materiales. Actividades que optimicen el entendimiento, que provoquen, desafíen, motiven porque actualizan las necesidades del alumno. Simplicidad, claridad y precisión en el lenguaje utilizado en la presentación de las actividades o enunciación de los conceptos. Respetar al alumno cuando vive el acto de pensar, analizando sus conclusiones, sobre todo cuando éstas no son las que nosotros esperábamos. Generar posibilidades de contrastación de las ideas, escucha a los demás y crítica de sus propias formas de hacer. Potenciar la autoestima, la confianza, la seguridad,…

+ Formalizar la intuición. Habituar al alumno a explicar, fundamentar mediante argumentos lógicos sus conclusiones, evitando eso de "porque sí". Familiarizarles con las reglas de la lógica para enseñarles a pensar mejor. Esta familiarización no debe ser penosa y ardua para el alumno, sino todo lo contrario: una forma de jugar a crear relaciones jugando con las respuestas antes de escoger una de ellas.

+ Habituarles a tomar decisiones. Desarrollar a partir de una situación social, matemática, ética, … las posibilidades de acción y la evaluación de sus consecuencias. "Por eso, la ciencia que estudia el pensamiento debe dividirse, naturalmente , en cuatro partes: el arte de la investigación o del descubrimiento; el arte de la apreciación o del juicio; el arte de la conservación o de la memoria; el arte del enunciado o de la comunicación." (Bacon, F: La gran restitución de las ciencias.; citado por Guétmanova, 1991: 35)

* REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

* AUSUBEL (1976): Psicología Educativa. México. Trillas
* BAROODY, A. (1988): El pensamiento matemático en los niños. Visor. Madrid
* BEAUVERD, B (1967): Antes del cálculo. Kapelusz. Buenos Aires
* COPI, M. Irving (1966): Introducción a la lógica. Buenos Aires, Eudeba.
* EVANS, J. (1989): Bias in human reasoning: Causes and consequences. Londres: LEA
* FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (1989): Los Números en Color de G. Cuisenaire. Seco-Olea. Madrid
* FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (1995a): La matemática en Educación Infantil. E. Pedagógicas. Madrid
* FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (1995b): Las cuatro etapas del acto didáctico. Comunidad Educativa. ICCE, nº 228
* FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2.000): Técnicas creativas para la resolución de problemas matemáticos. Barcelona. CISS/PRAXIS
* FERNÁNDEZ BRAVO, J. A.: "Educación, globalización y,... matemática" Comunidad Educativa. Abril, 1995, 223, 34-37
* FERNÁNDEZ BRAVO, J. A.: "El algoritmo a debate" MEC N 8 CEP Latina-Carabanchel, 89-95
* FERNÁNDEZ BRAVO, J. A.: "El aprendizaje de la matemática". Comunidad Educativa (C.E.). ICCE. Marzo, 1990, 177, 6-9
* FERNÁNDEZ BRAVO, J. A.: "Los números no deben introducirse en orden". C.E. ICCE Febrero, 1994, 212, 51-54
* FERNÁNDEZ BRAVO, J. A.:"El problema del problema o la ausencia de creatividad" MEC, CPR Latina-Carabanchel, nº 11, 24-31
* FERNÁNDEZ BRAVO, J. A.: "Evaluación cualitativa de resolución de problemas". Comunidad Educativa, 1997, 242,37-40
* FERNÁNDEZ BRAVO, J. A.: "Investigación sobre los mecanismos de orientación lateral. El aprendizaje de los conceptos: derecha e izquierda", SUMA, Febrero 1998, 27, 57-63
* FERNÁNDEZ BRAVO, J. A.: "La naturaleza del material en la didáctica de la matemática". C.E. ICCE, 220, 25-28
* FERNÁNDEZ BRAVO, J. A.: "Labor creativa en la resolución de problemas matemáticos" Comunidad Educativa, 1997, 246, 39-45
* FERNÁNDEZ BRAVO, J. A.: "Los cuentos en el aprendizaje de la matemática" Revista Jara, Mayo, 2000. Comunidad de Madrid
* FERNÁNDEZ BRAVO, J. A.: "Relaciones psicosociales educativas en la resolución de problemas". Comunidad Educativa, 1996, 234, 10-13
* FLAVELL, J. H. (1993): El desarrollo cognitivo. Visor. Madrid
* GAUQUELIN, F. (1976): Aprender a aprender. Ediciones mensajero. Bilbao
* GUÉTMANOVA, A. (1991): Lógica: En forma simple sobre lo complejo. Moscú, Progreso.
* KAMII, C. (1995): El número en la educación preescolar. Visor. Madrid
* KNELLER, G. (1969): La lógica y el lenguaje en la educación. Buenos Aires, El Ateneo.
* KOTHE, S. (1986): Cómo utilizar los Bloques Lógicos de Dienes. Teide. Barcelona
* LAHORA, C. (1996): Actividades matemáticas con niños de 0 a 6 años. Narcea. Madrid.
* LAWRENCE, E (1982): La comprensión del número. Paidos. Barcelona
* LEGRAND, L.(1971): Psicología aplicada a la educación intelectual. Studium. Madrid
* NEWELL, A Y H.A. SIMON (1972): Human problem solving. Englewood Cliffs, Prentice-Hall.
* POLYA, G. (1966): Matemáticas y razonamiento plausible. Madrid, tecnos.
* ROGERS, C (1982): Libertad y creatividad en la educación. Barcelona, Paidós.
* RUSSELL, B (1985): Introducción a la filosofía matemática. Paidos. Madrid
* SHOENFELD, A. (1985): Ideas y tendencias en la resolución de problemas. En La

Enseñanza de la matemática a debate. Madrid. MEC.
* SHOENFELD, A. (1987): Confessions of an accidental theorist. For the Learning of mathematics, 7(1), 30-38.
* SPERBER, D. Y D. WILSON (1986): Relevance: Comunication and cognition. Cambridge, Cambridge University Press .
* VARIOS (1977): Psicología de las edades. Morata Madrid
* VARIOS (1993): El nacimiento de los números. Revista El correo de la Unesco. Noviembre/93
* VERGNAUD, G. (1991). El niño, las matemáticas y la realidad. México. Trillas
* VIGOTSKY (1973): Psicología y pedagogía. Madrid. Akal