

LAS METODOLOGÍAS PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO

Congreso Mundial de Lecto-escritura, celebrado en Valencia, Diciembre 2000

**D. José Antonio Fernández Bravo
Centro de enseñanza superior
D. Bosco - Universidad Complutense.**

RESUMEN

Cada vez más, la comprensión de los conceptos matemáticos como actividad escolar en Educación Infantil, depende de planteamientos metodológicos adecuados que permitan al niño generar ideas desde la observación, la imaginación, la intuición y el razonamiento lógico. A este afán de comprensión hay que añadir la necesidad de extensión, de los conceptos adquiridos, al entorno inmediato en el que el alumno se desenvuelve, con el claro objetivo de aplicar correctamente las relaciones descubiertas, y descubrir otras nuevas que aporten al conocimiento amplitud intelectual. Este reto a la enseñanza muestra palmariamente la necesidad de aprender “haciendo”, teniendo como base el desafío, los ejemplos y contraejemplos abiertos a la contrastación y canalización de sus ideas. Exigencia de aprendizaje que puede verse amenazada por una falta de prudencia en la decisión de una metodología didáctica; cuyos procedimientos deben apoyarse, principalmente, en la curiosidad y en la necesidad, a través de cuatro etapas que, en nuestra opinión, constituyen el acto didáctico como actuación en el aula, para la clara y ortodoxa comprensión de los conceptos y relaciones, el enriquecimiento intelectual y la satisfacción personal: Etapa de Elaboración, Etapa de Enunciación, Etapa de Concretización y Etapa de Transferencia o Abstracción.

LAS METODOLOGÍAS PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO

I. Factores intervinientes en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático.

El pensamiento lógico infantil se enmarca en el aspecto sensomotriz y se desarrolla, principalmente, a través de los sentidos. La multitud de experiencias que el niño realiza - consciente de su percepción- consigo mismo, en relación con los demás y con los objetos del mundo circundante, transfieren a su mente unos hechos sobre los que elabora una serie de ideas a las que podemos llamar “creencias”. De estas percepciones no podemos decir, por su construcción lógica infantil, que sean matemáticas. El contenido matemático no existe; lo que existe es una interpretación matemática de esas adquisiciones. Esta interpretación se va consiguiendo, en principio, a través de experiencias en las que el acto intelectual se construye mediante una dinámica de relaciones sobre la cantidad y la posición de los objetos en el espacio y en el tiempo. Es por eso, por lo que cada vez más se señala la diferencia entre contenido y conocimiento; con contenido hacemos referencia a lo que se enseña y, con conocimiento, a lo que se aprende. Un paso más nos llevará a estudiar la fiabilidad y validez de ese conocimiento. De momento, tengamos presente esta sencilla distinción.

El desarrollo de cuatro capacidades favorece *el pensamiento lógico-matemático*:

- La observación: Se debe potenciar sin imponer a la atención del niño lo que el adulto quiere que vea; es más una libre expresión de lo que realmente él puede ver. La observación se canalizará libremente y respetando la acción del sujeto, mediante juegos cuidadosamente dirigidos a la percepción de propiedades y a la relación entre ellas. Esta capacidad de observación se ve aumentada cuando se actúa con gusto y tranquilidad y se ve disminuida cuando existe tensión en el sujeto que realiza la actividad. Según Krivenko (1990), hay que tener presentes tres factores que intervienen de forma directa en su desarrollo: El factor tiempo, el factor cantidad y el factor diversidad.

- La imaginación. Entendida como acción creativa, se potencia con actividades que permiten una pluralidad de alternativas a la acción del sujeto. Ayuda al aprendizaje matemático por la variabilidad de situaciones a las que se transfiere una misma interpretación. En ocasiones se suele confundir con la fantasía. Cuando, bajo un punto de vista matemático hablamos de imaginación, no queremos decir que se le permita al alumno todo lo que se le ocurra; más bien, que consigamos que se le ocurra todo aquello que se puede permitir según los principios, técnicas y modelos de la matemática.

- La intuición: Las actividades dirigidas al desarrollo de la intuición no deben provocar técnicas adivinatorias; el decir por decir no desarrolla pensamiento alguno. La arbitrariedad no forma parte de la actuación lógica. El sujeto intuye cuando llega a la verdad sin necesidad de razonamiento.

- El razonamiento lógico: El razonamiento es la forma del pensamiento mediante la cual, partiendo de uno o varios juicios verdaderos, denominados premisas, llegamos a una conclusión conforme a ciertas reglas de inferencia. Para Bertrand Russell (1988) la lógica y la matemática están tan ligadas que afirma: "la lógica es la juventud de la matemática y la matemática la madurez de la lógica". La referencia al razonamiento lógico se hace desde la dimensión intelectual que es capaz de generar ideas en la estrategia de actuación ante un determinado desafío. El desarrollo del pensamiento es resultado de la influencia que ejerce en el sujeto la actividad escolar y familiar. Toda actividad que intente cumplir este objetivo se dirigirá a estimular en el alumno la capacidad para generar ideas y expresarlas. Si no se les escucha es imposible desarrollar pensamiento alguno. Muchas veces lo que hacemos únicamente es conseguir que escuchen nuestros pensamientos, ¿que creemos ya formados y correctos?, cuando lo importante es dirigir los suyos propios. Es por eso por lo que la mayoría de los niños y las niñas tienen por único argumento razonado: "Él /ella lo dijo (Ipse dixit) - refiriéndose al profesor/a-", cuando lo importante es cambiar esa expresión arcaica por otra más moderna, y que el argumento de cada escolar sea: "Yo puedo verlo (I can see it)".

Estos cuatro factores ayudan a entender el pensamiento lógico-matemático desde tres categorías básicas:

- Capacidad para generar ideas cuya expresión e interpretación sobre lo que se concluya sea: verdad para todos o mentira para todos.

- Utilización de la representación o conjunto de representaciones con las que el lenguaje matemático hace referencia a esas ideas.
- Comprender el entorno que nos rodea, con mayor profundidad, mediante la aplicación de los conceptos aprendidos.

Sobre estas indicaciones cabe advertir la importancia del orden en el que se han expuesto. Obsérvese que, en muchas ocasiones, se suele confundir la idea matemática con la representación de esa idea. Se le ofrece al niño, en primer lugar, el símbolo, dibujo, signo o representación cualquiera sobre el concepto en cuestión haciendo que el sujeto intente comprender el significado de lo que se ha representado. Estas experiencias son perturbadoras para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático. Se ha demostrado suficientemente que el símbolo o el nombre convencional es el punto de llegada y no el punto de partida, por lo que, en primer lugar, se debe trabajar sobre la comprensión del concepto, propiedades y relaciones.

Otra cuestión importante sobre la formación del conocimiento matemático es la necesaria distinción entre: la representación del concepto y la interpretación de éste a través de su representación. Se suele creer que cuantos más símbolos reconozca el niño más sabe sobre matemáticas y, aunque esto se aleja mucho de la realidad en la que se desenvuelve esta ciencia no faltan en las escuelas falsas analogías didácticas: “El dos es un patito” o “La culebra es una curva” o.... Tales expresiones pueden implicar el reconocimiento de una forma con un nombre, por asociación entre distintas experiencias del niño, pero en ningún modo contribuye al desarrollo del pensamiento matemático, debido a que miente sobre el contenido intelectual al que se refiere, por ejemplo, el concepto dos: Nunca designa a UN “patito”. En resumen, lo que favorece la formación del conocimiento lógico-matemático es la capacidad de interpretación matemática, y no la cantidad de símbolos que es capaz de recordar por asociación de formas.

II. Fundamentos de metodología didáctica en la formación del conocimiento lógico-matemático

Actualmente se ha comprobado la necesidad de subordinar la enseñanza al aprendizaje. Lo importante es ir descubriendo cómo aprenden para que podamos crear técnicas válidas de cómo enseñar. Garantizando que se cumple la influencia señalada se hace obligado partir de dos fundamentos principales: Por un lado, que sea el alumno el constructor de sus propios conocimientos. Por otro, que la comprensión de los conceptos sea anterior al enunciado convencional que se ha adquirido por tradición; primero *comprender*, después *enunciar*. Para que estos fundamentos no sean desnaturalizados se tiende a evitar, por parte del profesor/a, toda información verbal no comprendida por el alumno, partiendo en todo momento del vocabulario que ellos utilizan. En esta metodología las palabras correctivas: “bien” o “mal” carecen de sentido. Si decir mal obstaculiza el desarrollo personal, decir bien interrumpe el proceso intelectual: y todo ello porque un alumno o grupo de alumnos han dicho algo que se corresponde con lo que el profesor espera oír. Esta forma de proceder hace gala cada vez más de una psicología del convencimiento dirigida a enseñar que el trabajo escolar consiste en adivinar lo más rápidamente que se pueda lo que el responsable de esa enseñanza obliga a ver y a expresar. Evidentemente, la escuela en unos años les muestra que la participación es cosa de unos pocos que formulan correctamente lo que el profesor/a ha creído conveniente seleccionar. Esta constitución de corrupción intelectual produce un efecto adivinatorio e inhibitorio, y toda creatividad que por naturaleza heredó el niño se convierte en nociva para lo

que debería ser investigación y descubrimiento; la esperanza de saber degenera pronto a la decadencia de la razón del programa que ha sido creado por solidaridad a los maestros que no saben qué hacer sin él, cuando la verdadera ventaja de llamarse maestro viene reforzada por seguir al niño y no al programa. Por eso está afectada de falsedad la búsqueda de la razón del profesor en el hacer matemático: porque en este hacer más que la razón existen los razonamientos; y éstos son consecuencia del arte de preguntar, de la inclusión de desafíos, de ejemplos y contraejemplos que eduquen un temperamento intelectual capaz de comprender la matemática a través de la necesidad de pensar.

Generalmente se ha aceptado que el aprendizaje de la matemática en la etapa infantil se refería al número y a la cantidad, apoyadas principalmente sus actividades en el orden y la seriación, siendo el contar el trabajo máspreciado para la actividad matemática. Hoy, la naturaleza de la enseñanza de la matemática se muestra diferente: como expresión, como un nuevo lenguaje y un nuevo modo de pensar con sus aplicaciones prácticas a su entorno circundante. Aunque la asociación matemática y número suele ser habitual, se hace necesario indicar que no siempre que aparece la matemática se refiere al número, del mismo modo que el hecho de utilizar números nada puede decir del hacer matemático, si este hacer no ha sido generado por una acción lógica del pensamiento.

El desarrollo del pensamiento lógico-matemático se puede recorrer didácticamente:

- a) Estableciendo relaciones y clasificaciones entre y con los objetos que le rodean.
- b) Ayudarles en la elaboración de las nociones espacio-temporales, forma, número, estructuras lógicas, cuya adquisición es indispensable para el desarrollo de la inteligencia.
- c) Impulsar a los niños a averiguar cosas, a observar, a experimentar, a interpretar hechos, a aplicar sus conocimientos a nuevas situaciones o problemas
- d) Desarrollar el gusto por una actividad del pensamiento a la que irá llamando matemática.
- e) Despertar la curiosidad por comprender un nuevo modo de expresión.
- f) Guiarle en el descubrimiento mediante la investigación que le impulse a la creatividad.
- g) Proporcionarles técnicas y conceptos matemáticos sin desnaturalización y en su auténtica ortodoxia.

Los procedimientos que se utilicen para la consecución de los objetivos presentados anteriormente serán válidos en tanto se apoyen lo más posible en el juego, obteniendo como resultado experiencias fructíferas que aseguren la fiabilidad del conocimiento lógico y matemático.

Dienes (1977), plantea cuatro principios básicos para el aprendizaje de la matemática, son los siguientes:

Principio dinámico. El aprendizaje marcha de la experiencia al acto de categorización, a través de ciclos que se suceden regularmente uno a otro. Cada ciclo consta, aproximadamente, de tres etapas: una etapa del juego preliminar poco estructurada; una etapa constructiva intermedia más estructurada seguida del discernimiento; y, una etapa de anclaje en la cual la visión nueva se fija en su sitio con más firmeza.

Principio de construcción. Según el cual la construcción debe siempre preceder al análisis. La construcción, la manipulación y el juego constituyen para el niño el primer contacto con las realidades matemáticas.

El principio de variabilidad perceptiva. Establece que para abstraer efectivamente una estructura matemática debemos encontrarla en una cantidad de estructuras diferentes para percibir sus propiedades puramente estructurales. De ese modo se llega a prescindir de las cualidades accidentales para abstraer lo esencial.

El principio de la variabilidad matemática. Que establece que como cada concepto matemático envuelve variables esenciales, todas esas variables matemáticas deben hacerse variar si ha de alcanzarse la completa generalización del concepto. La aplicación del principio de la variabilidad matemática asegura una generalización eficiente.

Utilización didáctica de materiales y recursos

Cada vez más, la comprensión de los conceptos se empareja a la manipulación de materiales capaces de generar ideas válidas sin desnaturalizar el contenido matemático. A este afán de comprensión hay que añadir la necesidad de extensión de los conceptos adquiridos al entorno inmediato en el que el niño se desenvuelve, con el claro objetivo de aplicar correctamente las relaciones descubiertas, y descubrir otras nuevas que aporten al conocimiento amplitud intelectual.

El planteamiento didáctico se dirige a utilizar el contenido como medio para obtener conocimiento (Fernández Bravo, 1995^a). Por eso, aprender no consiste en repetir las informaciones escuchadas o leídas, sino en comprender las relaciones básicas mediante la contrastación de las ideas: Adquirir hábitos de pensamiento, desarrollar la capacidad creativa, descubrir relaciones, transferir ideas a otras nuevas situaciones, observar hechos, intuir conceptos, imaginar situaciones o, buscar nuevas formas de hacer donde, aparentemente, siempre había una y sólo una.

La utilización de materiales y recursos es consecuente en su hacer didáctico con la interpretación que se tenga de la matemática. Que los materiales “didácticos” se apliquen para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático, no significa que cubran los altos desafíos educativos para la intelectualización y aplicación de los conceptos y relaciones. Es la didáctica utilizada la que nos conducirá, o no, al cumplimiento de tales objetivos.

El empleo del material es sin duda más que necesario. Pero si ha de ser fructífero y no perturbador debe llevar implícito un fuerte conocimiento de los fenómenos intelectuales que se pueden conseguir y de cómo se consiguen.

El material no debe ser mostrado, sino utilizado. Lo que se debe mostrar a la consciencia del alumno es el conjunto de ideas que, de su manipulación, se generan en la mente, y canalizarlas, en tanto que han sido descubiertas por el niño, en el procedimiento matemático.

Una cosa es "enseñar" una situación matemática y que el niño aprenda, y otra, muy distinta, es permitir que el niño manipule, observe, descubra y llegue a elaborar su propio pensamiento. No debemos imponer ningún modo particular para la realización de las distintas

actividades. Saber sugerir para que el educando intuya, es lo propio. Como el trabajo activo va dirigido al niño es él quien debe realizar la experiencia y él, quien llegue al descubrimiento por sus propios medios: concediéndole la posibilidad de jugar con las respuestas antes de escoger una de ellas; y, eliminando los condicionantes que sujetan la opción de argumentar sus libres decisiones en la elaboración de estrategias para la resolución de los conflictos cognitivos que se le puedan plantear en relación con el material. Así, la matemática se presenta como algo de lo que se disfruta al mismo tiempo que se hace uso de ella.

Etapas del acto didáctico.

Existen cuatro etapas fundamentales en el acto didáctico (Fernández Bravo, 1995b): Elaboración, Enunciación, Concretización y Transferencia o Abstracción. Este orden de presentación de las etapas es irremplazable.

- **Etapas de Elaboración.** En esta etapa se debe conseguir la intelectualización de la/s estrategia/s, concepto/s, procedimiento/s que hayan sido propuestos como tema de estudio. El profesor/a, respetando el trabajo del educando y el vocabulario por él empleado, creará, a partir de las ideas observadas, desafíos precisos que sirvan para canalizarlas dentro de la investigación que esté realizando en su camino de búsqueda. Tal planteamiento, supone evitar la información verbal, así como las palabras correctivas: "bien" o "mal"; utilizando, en todo momento, ejemplos y contraejemplos que aporten continuidad a la pluralidad de respuestas que escuchemos. Estas respuestas, ya correctas o incorrectas, se forman a través de un diálogo entre todos y de un diálogo interior, y deben ser recogidas, como hipótesis, desde la motivación de comprobarlas por sus propios medios para establecer conclusiones válidas. La curiosidad por las cosas surge por la actualización de las necesidades de nuestros alumnos; necesidades, no solamente físicas o intelectuales sino también operativas en el pensamiento para buscar soluciones a las dudas que se reflejan en focos concretos de las situaciones propuestas.

Esta etapa subraya el carácter cualitativo del aprendizaje. El respeto al niño es obligación permanente para que su originalidad y creatividad tome forma en las estrategias de construcción del concepto o relación. Y es en esta etapa, más que en ninguna otra, donde el educador pondrá a prueba el dominio que tiene sobre el tema. Un dominio sin el cual se perderá fácilmente.

- **Etapas de Enunciación.** El lenguaje, que desempeña un papel fundamental en la formación del conocimiento lógico-matemático, se convierte muchas veces en obstáculo para el aprendizaje. Los niños no comprenden nuestro lenguaje. Si partimos de nuestras expresiones les obligaremos a repetir sonidos no ligados a su experiencia. Estas expresiones darán lugar a confusión y se verá aumentada la complejidad para la comprensión de los conceptos y la adquisición de otros nuevos. Por esto, llegados al punto en que el niño ha comprendido a partir de la generación mental de una serie de ideas expresadas libremente con su particular vocabulario, se hace necesario enunciar o simbolizar lo que ha comprendido, respecto a la nomenclatura o simbología correctas: *los convencionalismos*. Este es el objetivo de esta etapa: poner nombre o enunciar con una correcta nomenclatura y simbología. Por ello, la etapa anterior es de exagerada importancia y debe tener su particular evaluación para no considerar intelectualizado todo lo que en ella se ha visto, sino todo lo que en ella, ciertamente, se ha intelectualizado.

En esta etapa, se puede orientar al sujeto de esta forma: "Eso que tú dices ... se dice...", "Eso que tú escribes como... se escribe...", "Lo que tú llamas... se llama...", "Lo que tú expresas de la forma... se expresa...", "Lo que tú indicas con... se indica..." (...)

- **Etapa de Concretización.** Es la etapa en la que el educando aplica, a situaciones conocidas y ejemplos claros *ligados a su experiencia*, la estrategia, el concepto o la relación comprendida con su nomenclatura y simbología correctas. Se proponen actividades similares a las realizadas para que el alumno aplique el conocimiento adquirido, y evaluar en qué medida ha disminuido el desafío presentado en la situación propuesta en la etapa de Elaboración.
- **Etapa de Transferencia o Abstracción.** Etapa en la que el niño aplica los conocimientos adquiridos a cualquier situación u objeto *independiente de su experiencia*. Es capaz de generalizar la identificación de una operación o concepto y aplicarlo correctamente a una situación novedosa, tanto en la adquisición de nuevos contenidos, como en la interrelación con el mundo que le rodea. En muchas ocasiones, no se puede estudiar después de la etapa de Concretización; se confundiría con ella y su independencia como etapa no sería significativa. Existen niños que reproducen, sin dificultad alguna, formas de figuras inmediatamente después de haberlas trabajado, y, sin embargo, muchos de ellos no reconocen esas formas en los objetos del entorno en el que desenvuelven su actividad cotidiana, unos días más tarde. Se puede decir, que estos alumnos no han asimilado la relación o conjunto de relaciones trabajadas con anterioridad sobre el concepto. Si esto ocurre, el educador revisará la preparación de las etapas anteriores y su actuación en ellas, desde una investigación-acción.

La etapa más difícil para el educador es la etapa de Elaboración y, sin embargo, debe ser la que le resulte más fácil al educando. Las etapas presentadas no se pueden ver como cuatro pasos distintos sino como un *todo* ligado en el PROCESO DIDÁCTICO. Las características de la actuación del educador y su incidencia en la actuación del niño de estas edades se pueden resumir de la siguiente manera:

El/la profesor/a tiene que...

- Observar las respuestas de los niños sin esperar la respuesta deseada.
- Permitir, mediante ejemplos y contraejemplos, que el niño corrija sus errores.
- Evitar la información verbal y las palabras correctivas: "Bien", "Mal", o formulaciones con la misma finalidad.
- Respetar las respuestas, conduciendo, mediante preguntas, el camino de investigación que ha propuesto el sujeto.
- Enunciar y/o simbolizar la relación, estrategia, estructura lingüística o procedimiento que se estén trabajando con la nomenclatura correcta, después, y sólo después, de su comprensión.

El/la niño/a tiene que...

- Ver su trabajo como un juego.
- Dudar sobre lo que está aprendiendo.
- Jugar con las respuestas antes de escoger una de ellas.
- Tener la completa seguridad de que no importa equivocarse.

- Conquistar el concepto; luchar por su comprensión.
- Dar explicaciones razonadas.
- Trabajar lógica y matemáticamente.
- Transferir los conocimientos adquiridos a otras nuevas situaciones.

La fiabilidad de lo que el profesor/a enseña se corresponde con la validez de lo que el alumno/a es capaz de crear. Por eso, llamaremos avance didáctico a lo que consiga obtener un mayor rendimiento con un menor esfuerzo.

BIBLIOGRAFÍA

DIENES, Z.P. (1977): Las seis etapas del aprendizaje de la matemática. Barcelona. Teide.

FERNÁNDEZ BRAVO, J.A. (1995a): Didáctica de la matemática en la educación infantil. Madrid. Ediciones pedagógicas.

FERNÁNDEZ BRAVO, J.A. (1995b): Las cuatro etapas del acto didáctico. *Revista Comunidad Educativa*, núm. 228

RUSSELL, B. (1988): Introducción a la Filosofía de la Matemática. Barcelona. Paidós.

AMEI

<http://www.waece.com>

info@waece.com